

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 4 settembre 2013

Domanda 1 (punti 5).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x+4)}{\log(x^2-9)}$$

Dominio (punti 2)	$E = (-4, -3) \cup (3, +\infty) / \{\pm\sqrt{10}\}$
Positività (punti 2)	$P = (-\sqrt{10}, -3) \cup (\sqrt{10}, +\infty)$
Intersezioni (punti 1)	No

Domanda 2 (punti 5).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = e^{x^4+8x^3}$

Derivata prima (punti 2)	$f' = 4e^{x^4+8x^3} \cdot x^2 \cdot (x+6)$ $E = \mathbb{R}$
Estremi (punti 3)	$m(-6; e^{-432})$ cresce per $x > -6$

Domanda 3 (punti 5).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{2x}{x^2+27}$

Derivata prima (punti 1)	$f' = \frac{2(27-x^2)}{(x^2+27)^2}$ $E = \mathbb{R}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = \frac{4x \cdot (x^2-81)}{(x^2+27)^3}$
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	convessa in $(-9, 0) \cup (9, +\infty)$ $F_1(-9; -1/6)$ $F_2(0; 0)$ $F_3(9; 1/6)$

Domanda 4 (punti 5).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5x + 6}{(2x-1) \cdot (x^2-25)}$$

Dominio (punti 1)	$E = \mathbb{R} / \{-5, 1/2, 5\}$
As. verticali (punti 2)	$x = \pm 5$ e $x = 1/2$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = 2x + 5/2$

Domande teoriche (punti 10)

- Caratteristiche e classificazione dei punti stazionari (punti 4)*
- L'unicità del limite (punti 3)
- Il teorema di Rolle con un esempio (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



Domanda 5 (punti 6).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti):

$$\int_0^4 \frac{1+3x}{1+6x} dx \quad \text{e} \quad \int (x \cdot e^{-4x} - \log 4x) dx$$

Integrale definito (punti 3)	primitiva: $\frac{1}{12}(\log(1+6x) + 6x + 1)$ $2 + \frac{\log 5}{6} \approx 2,2682$
Integrale indefinito (punti 3)	$-e^{-4x} \cdot \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{16}\right) + x - x \cdot \log 4x + c$

Domanda 6 (punti 6). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = k \\ k \cdot x + 2y - z = 3 \\ 4x - 2y + 4z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	$k \neq -4$ sol. unica (altrimenti incomp.)
Soluzioni (punti 4)	$\left(x = \frac{11-6k}{2k+8}; y = \frac{4k^2+k+10}{2k+8}; z = k - \frac{1}{2} \right)$

Domanda 7 (punti 8). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 - 2x \cdot y + 2y^2 + 3x + 4y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - 4y = 1$.

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 2x - 2y + 3 \quad f_y = -2x + 4y + 4$
Estremi liberi (punti 3)	$m(-5; -7/2) \quad z = -27/2 \quad H = 4$
Estremi vincolati (punti 3)	$m(-5; -11/4) \quad \lambda = -3/4 \quad z = -99/8$ $H = -16$

Domande teoriche (punti 10).

- Proprietà dell'integrale definito (punti 4)*
- Le conseguenze del teorema di Barrow-Torricelli (punti 3)
- Le derivate parziali (punti 3)